

菲涅耳全息图的 CCD 记录及重现

吴小平^{1),2)} 高平山²⁾

¹⁾(凯里学院数学与计算机科学系,贵州凯里 556000) ²⁾(首都师范大学信息工程学院,北京 100037)

摘要 为了更好地进行菲涅耳全息图的 CCD 记录及重现,设计了一种 CCD 同轴全息图的重构算法,该方法首先用 CCD 代替传统干版直接记录菲涅耳同轴全息图,并以位图形式存储到计算机中;然后利用数值计算代替光学衍射过程来再现物体的像;最后通过实验验证了该算法及数字全息图的不可撕毁性。

关键词 电荷耦合器件 数字重构 傅里叶变换 菲涅耳衍射区

中图分类号: TP391.41 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2009)04-0647-05

Recording of Fresnel Holograms with A CCD Target and Numerical Reconstruction

WU Xiao-ping^{1),2)}, GAO Ping-shan²⁾

¹⁾(*Mathematics & Computer Science Department, Kaili College, Guizhou Kaili 556000*)

²⁾(*Information Engineering College, Capital Normal University, Beijing 100037*)

Abstract In order to let the CCD recording and the reconstruction of the Fresnel hologram run well, a algorithm of numerical reconstruction is designed. Fresnel digital hologram is recorded directly with a CCD target instead of a conventional holographic plate on in-line configuration, and stored as a BitMap file in the computer. A real image of the original object can be reconstructed from the hologram by the numerical method instead of the optical diffraction. The paper deals with an experimental design of the in-line holographic recording with a CCD and the algorithm of numerical reconstruction and the un-destructibility of the digital hologram are verified with a computer program.

Keywords charge-coupled device(CCD), numerical reconstruction, Fourier transformation, Fresnel diffraction field

1 引言

数字全息是用电荷耦合器件(CCD)取代传统的干版记录全息图,并用数值计算的方法由计算机对全息图进行处理来再现物体像;它是在计算机技术的快速发展和 CCD 分辨率不断提高的背景下提出来的。与传统的光学全息相比,数字全息不仅可消除像差、噪声以及记录过程中底片非线性等因素的影响,而且整个过程简单,有利于进行定量分析和测量^[1]。由于数字全息的众多优点,因此不少科研

工作者对其产生了浓厚的兴趣。

然而,由于该技术的实验研究只是近年来的事情,许多基本问题,如测量精度、测量范围、测量误差等都还很不清楚,加之我国这方面的研究开展得较晚,所以,仅有少量的文章介绍或涉及某一方面的研究^[2-3],且有的仅从理论上对其进行探讨^[2]。但是,数字全息技术其显示出来的科学意义和广阔的应用前景是可以预见的。国内关于数字重现技术的研究起始于早期的介绍和理论研究,一般用于数字重现的全息图皆通过计算方法直接得到^[4-5],而极少有像德国学者 Schnars 那样,用 CCD 直接记录全息

基金项目:贵州省教育厅自然科学研究项目(2008077)

收稿日期:2007-08-07;改回日期:2007-11-26

第一作者简介:吴小平(1972 ~),男。2005 年获首都师范大学信息工程学院通信与信息系统专业硕士学位,副教授。主要从事信号处理、嵌入式系统研究。E-mail: wxp_computer@sohu.com

图^[6]。Schnars 给出了数字重现的公式,并同时指出,由于 CCD 分辨率低的缘故,因而使得实验条件苛刻。但是文献[6]没有给出 CCD 的分辨率和物体大小之间的函数关系,以及实现程序。在离轴全息和同轴全息中,虽然 Xu Lei 给出了在 CCD 直接记录全息图时, CCD 的分辨率和物体大小之间的函数关系^[7],但是文章中只有理论推导,而没有详细阐述实验设计。

利用 CCD 直接记录菲涅耳全息图,这种方法可省去干版记录所需的物理和化学处理过程。同时,记录下的数字图像可以直接存储到计算机中,以便于进一步加工处理。但是,由于 CCD 的分辨率较低,使得实验条件受到很大的限制,因此要求实验精度非常高,这也成为使用这种方法的瓶颈,但随着 CCD 分辨率的提高,这问题不久应会得到解决。国内在数字全息研究中,大多是使用计算机制作全息图(CGH),而介绍关于 CCD 直接记录全息图的文献则少之又少。不过,相比之下,用 CCD 直接记录全息图的方法简单,更接近于实际应用。所以本文进行一次尝试,通过设计菲涅耳同轴全息 CCD 直接记录实验和编写程序,同时利用 2 维离散傅里叶变换及菲涅耳衍射近似计算等算法来实现数字重现。若试验成功,则对丰富数字全息的研究具有一定的价值。

2 CCD 与菲涅耳全息图

由于实验是使用 CCD 代替干版来直接记录菲涅耳全息图,因此要想由全息图完好地再现出物的光波信息,则必须保证全息图表面上光波的空间频率与记录介质(如 CCD 或干版)的空间频率之间的关系满足奈奎斯特抽样定理,也就是说,记录介质的空间频率必须是全息图表面上光波的空间频率的两倍以上。这样,就对记录介质的分辨率提出了一定的要求。由于 CCD 的分辨率(约 100~300 线/mm)比传统上用作记录介质的干版的分辨率(达到 3 000 线/mm)相差一个数量级,所以,要使实验获得成功,就必须满足较为苛刻的实验条件。

全息图表面上光波的最大空间频率 f_{\max} 决定于波长以及物光与参考光的夹角,即

$$f_{\max} = 2/\lambda \sin(\alpha_{\max}/2) \quad (1)$$

α_{\max} 为物光与参考光间的最大夹角, λ 为入射光波长;此外, CCD 光敏器件阵列能分辨的最大空间频

率由 CCD 面元的大小 ΔN (即 CCD 的分辨率,其中 N 为 CCD 的光敏器件阵列面的尺寸大小)确定。由奈奎斯特抽样定理

$$\frac{1}{\Delta N} = 2f_{\max} = \frac{4}{\lambda} \sin\left(\frac{\alpha_{\max}}{2}\right) \quad (2)$$

可解得

$$\alpha_{\max} = 2 \arcsin \frac{\lambda}{4\Delta N} \quad (3)$$

实验中,因 $\lambda = 5.32 \times 10^{-7} \text{ m}$; $\Delta N = 6.7 \times 10^{-6} \text{ m}$,所以由式(3)可得

$$\alpha_{\max} = 2 \arcsin \frac{\lambda}{4\Delta N} \approx \frac{\lambda}{2\Delta N} \quad (4)$$

代入参数得

$$\alpha_{\max} = \frac{\lambda}{2\Delta N} = 0.0397 \text{ rad} = 2.27^\circ$$

CCD 的分辨率是数字重现技术的最大制约因素。相对离轴全息而言,由于同轴全息对 CCD 分辨率的要求要低一些,所以本文实验选用同轴全息光路。以下就对同轴全息光路进行分析:

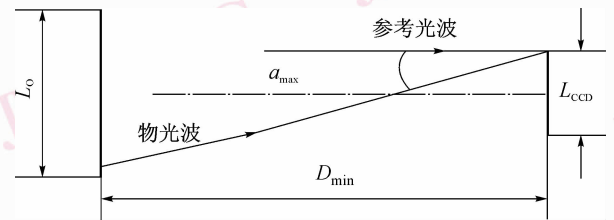


图 1 同轴全息几何光路图(局部)

Fig. 1 The path of laser beams based on in-line holography configuration (partly)

同轴全息几何光路如图 1 所示,其中 D_{\min} 可近似表示为

$$D_{\min} = \frac{L_{\text{CCD}} + L_0}{2\alpha_{\max}} \quad (5)$$

D_{\min} 表示实验物体与 CCD 的最小距离, L_0 (下角 O 代表 object)、 L_{CCD} 分别表示实验物体及 CCD 的直径。将式(4)代入式(5)可得

$$D_{\min} = \frac{\Delta N(L_{\text{CCD}} + L_0)}{\lambda} \quad (6)$$

$$\frac{1}{\Delta N} = \frac{1}{D_{\min}\lambda} (L_0 + L_{\text{CCD}}) \quad (7)$$

一般情况下,要求 $L_{\text{CCD}} \approx 6.6 \text{ mm}$, $L_0 > 2L_{\text{CCD}}$ 。

在同轴全息光路中,由式(5)可看出,在 $\alpha_{\max} = 0.0397 \text{ rad}$, $L_{\text{CCD}} = 6.6 \text{ mm}$ 的实验条件下, D_{\min} 与 L_0 之间是存在线性关系的。一般情况下, D_{\min} 不宜太

大,以免物体光波太弱。本实验取 $D_{\min} = 0.79 \text{ m}$,由式(5)可计算出 $L_0 = 56\text{mm}$,也就是说,实验物体的尺寸不能超过 56 mm 。

3 物体像重现的原理

根据标量衍射理论,由于可以应用菲涅耳衍射近似公式来计算在菲涅耳衍射区内任意一点的复振幅,所以只要满足菲涅耳衍射公式成立的充分条件就可以通过数字的方法再现已物体的像。这种数字重现与光学再现是等价的。

3.1 菲涅耳衍射近似计算

由标量衍射理论(参考图2,各坐标轴单位均为 m)可得,当满足 $d^3 \gg \frac{\pi}{4\lambda} [(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2]_{\max}^2$ 时,菲涅耳衍射公式可近似表示为

$$\Gamma(\xi, \eta) = \frac{ia}{\lambda d} \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (\xi^2 + \eta^2)\right] \times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} t(x, y) \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (x^2 + y^2)\right] \times \exp\left[i \frac{2\pi}{\lambda d} (x\xi + y\eta)\right] dx dy \quad (8)$$

式中, (x, y) 为全息图平面各点坐标, $t(x, y)$ 为全息图上各点的透过率函数,其反映物体光与参考光干涉形成的干涉条纹在此点的光强(物理量),在此处指用 CCD 摄下的全息图的灰度。 (ξ, η) 为实像平面各点的坐标。 λ 为激光波长, d 为两平面坐标的距离(也是物体与像之间的距离), a 为入射光波振幅。可用式(8)计算实像平面衍射光波的复振幅。

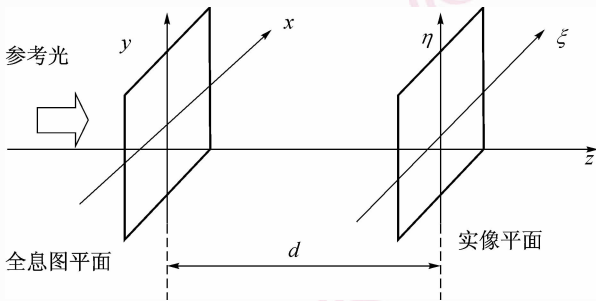


图2 数字重建的坐标系

Fig. 2 The coordinate system of numerical reconstruction

如果要用计算机对式(8)进行数值计算,就得先离散化。式(8)离散化后变为

$$\Gamma(m, n) = \exp\left[-i\pi\lambda d \left(\frac{m^2}{N^2\Delta x^2} + \frac{n^2}{N^2\Delta y^2}\right)\right] \times \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} t(k, l) \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (k^2\Delta x^2 + l^2\Delta y^2)\right] \times \exp\left[i2\pi\left(\frac{k \times m}{N} + \frac{l \times n}{N}\right)\right] \quad (9)$$

式中, $\Delta x, \Delta y$ 为 CCD 镜头像素的大小。

上式的计算结果中, $\Gamma(\xi, \eta)$ 是复函数,其振幅和相位计算式如下:

$$I(\xi, \eta) = |\Gamma(\xi, \eta)|^2 = \text{Re}^2[\Gamma(\xi, \eta)] + \text{Im}^2[\Gamma(\xi, \eta)] \quad (10)$$

$$\phi(\xi, \eta) = \arctan \frac{\text{Im}[\Gamma(\xi, \eta)]}{\text{Re}[\Gamma(\xi, \eta)]} \quad (11)$$

3.2 离散菲涅耳变换算法分析

从式(9)形式上的分析可见,因求和之前的因子 $\exp\left[-i\pi d \left(\frac{m^2}{N^2\Delta x^2} + \frac{n^2}{N^2\Delta y^2}\right)\right]$ 的模为 1,故可以不考虑。

$$\sum_{l=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} t(k, l) \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (k^2\Delta x^2 + l^2\Delta y^2)\right] \times \exp\left[i2\pi\left(\frac{k \times m}{N} + \frac{l \times n}{N}\right)\right]$$

可用二次 1 维的傅里叶变换进行分析。由式(9)可得

$$\Gamma(m, n) = \exp\left[-i\pi\lambda d \left(\frac{m^2}{N^2\Delta x^2} + \frac{n^2}{N^2\Delta y^2}\right)\right] \times \sum_{l=0}^{N-1} \left[\sum_{k=0}^{N-1} t(k, l) \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (k^2\Delta x^2)\right] \exp\left[i2\pi\left(\frac{k \times m}{N}\right)\right] \right] \exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (l^2\Delta y^2)\right] \exp\left[i2\pi\left(\frac{l \times n}{N}\right)\right] \quad (12)$$

式(12)可以看成: $t(k, l)$ 先乘以因子 $\exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (k^2\Delta x^2)\right]$,再进行 1 维傅里叶变换,然后将变换的结果再乘以因子 $\exp\left[-i \frac{\pi}{\lambda d} (l^2\Delta y^2)\right]$,再进行 1 维傅里叶变换。一共进行 2 次傅里叶变换。

4 计算机模拟数字重现的方法

4.1 构造全息图类

菲涅耳变换算法是菲涅耳全息图数字重现技术的核心。由于数字重现程序处理的对象为全息位图,因此需用一个较大的 2 维数组存储位图信息,计算量非常大。为了提高程序的执行效率,使用了快

速傅里叶变换(FFT)及其逆变换(IFFT)。

本文程序由于涉及了大量内存和数据的操作计算,因此为了保证每个位图对象内部数据的完整性和独立性,使用了类和对象的概念,并选择 C++ 作为开发工具,在全息位图类的设计上下功夫。之所以不选择工程计算软件 Matlab 作为开发工具,是由于 C 语言代码效率更高的缘故。

同时,程序对全息位图类的属性和方法进行了封装,它不仅可实现菲涅耳全息图的数字重现,还具有很好的扩展性,以便二次开发以及进行后续的研究。

以下为全息位图类 CholoDIB 的类定义:

```
class CholoDIB
{public://属性
    激光波长;
```

```
    物体与 CCD 之间的距离;
    CCD 水平分辨率;
    CCD 垂直分辨率;~
protected://方法
    导入全息图;
    FFT;IFFT;
    菲涅耳变换;滤波;
    数字重现;~ }
```

4.2 菲涅耳全息图的数字重现

菲涅耳全息图的数字重现可由全息位图类 CholoDIB 实现,图 3 为全息图类对象的数字重现流程。图中的 IFFT 是通过调用 FFT 来完成的,而中值滤波则用于消除脉冲噪音和线噪音,并保护图像边缘。

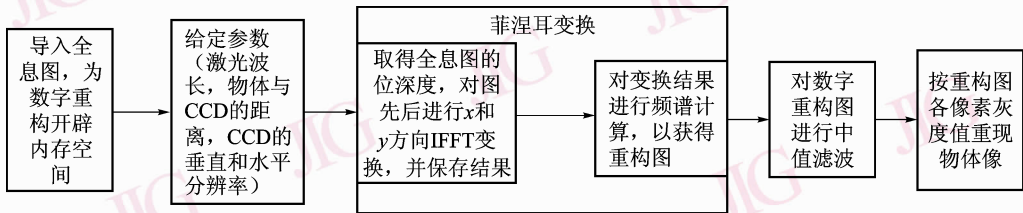


图 3 数字重现流程

Fig. 3 The process of numerical reconstruction

5 数字重现实验及结果分析

5.1 数字重现实验

利用前面第 2 节中所给定的参数,对如图 4(a)

和图 5(a)所示的物体进行同轴全息 CCD 直接记录实验,先分别获得如图 4(b)和图 5(b)的数字全息图,再利用所写程序分别对该两图进行数字重构来获得如图 4(c)和图 5(c)所示的物体像。

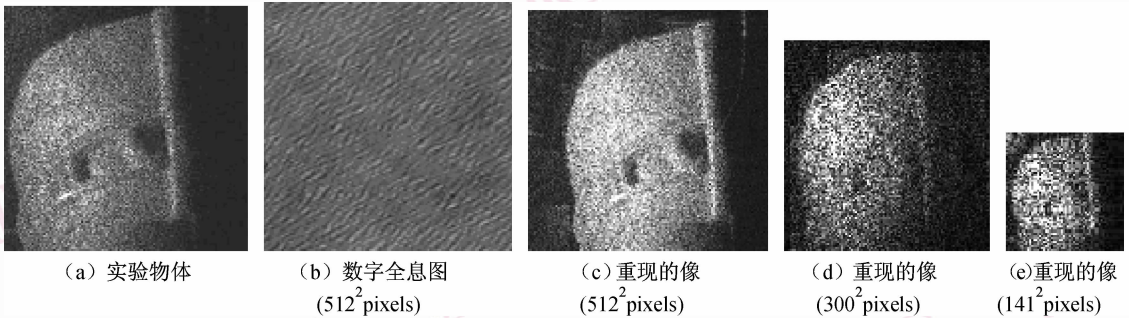


图 4 数字全息实验 1 组图

Fig. 4 The images from the digital holography test 1st

5.2 “撕不毁”实验

全息图一个有趣的特征就是全息图的每一部分均包含被摄物体的全部信息。由于全息图记录的是

物光和参考光的干涉条纹,所以具有可分割性,它被分割后的任一碎片均能再现完整的被摄物像,仅仅分辨率受到一定影响。

图 4(d)和图 4(e)是从图 4(b)上任意截取的两幅 300×300 pixels 和 141×141 pixels 大小的,经数字重现后获得的 2 个物体像。通过图 4(c)与图 4(d)、图 4(e)的对比可以看出,割取全息图的任

意一部分均能重现出物体像,不过,割取全息图的像素越少,则重现物体像的分辨率就越低,图像亦变得越粗糙、越模糊(图 5 中的情况同样如此)。

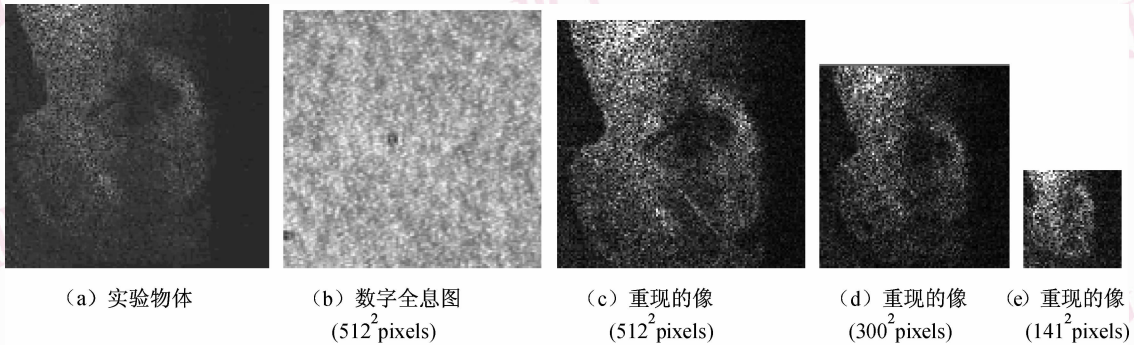


图 5 数字全息实验 2 组图

Fig. 5 The images from the digital holography test 2nd

6 结 论

由实验结果可以看出,以下几个研究结果均获得了验证:

- (1) CCD 全息记录实验摄取了菲涅耳数字全息图;
- (2) 计算机程序成功再现了物体的像;
- (3) 数字全息图具有“撕不毁”的特性。

致 谢 凯里学院院级重点项目(20606)资助。

参考文献 (References)

- 1 Ge Bao-zhen, Luo Wen-guo, Lv Qie-ni, *et al.* Analysis of three dimensional digital reconstruction & fresnel calculational holography [J]. Photoelectron · Laser, 2002, **13**(12):1289-1292. [葛宝臻, 罗文国, 吕且妮等. 数字再现三维物体菲涅耳计算全息的研究 [J]. 光电子·激光, 2002, **13**(12):1289-1292.]
- 2 Liu Cheng, Zhu Jian-qiang. Basic characteristic analysis of

appearance measure in digital holography [J]. High Power Laser & Particle Beams, 2002, **14**(3):329-330. [刘诚, 朱健强. 数字全息形貌测量的基本特性分析 [J]. 强激光与粒子束, 2002, **14**(3):329-330.]

- 3 Liu Cheng, Li Liang-yu, Li Yin-zhu, *et al.* Numerical reconstruction without straight diaphanous light & conjugate image [J]. Optics Journal, 2002, **22**(4):427-431. [刘诚, 李良钰, 李银柱等. 无直透光和共轭像的数字全息 [J]. 光学学报, 2002, **22**(4):427-431.]
- 4 Xiao Ti-qiao, Xu Zhi-zhan, Chen Jian-wen, *et al.* Numerical reconstruction of holograms [J]. Optics Journal, 1995, **15**(2):129-134. [肖体乔, 徐至展, 陈建文等. 全息图的数字重现 [J]. 光学学报, 1995, **15**(2):129-134.]
- 5 Huang Xiao-jing, Huang Xian-lie. Numerical reconstruction in holographic interference [J]. Applied Laser, 2000, **20**(6):269-271. [黄晓菁, 黄先烈. 全息干涉的数字重现 [J]. 应用激光, 2000, **20**(6):269-271.]
- 6 Schnars Ulf. Direct phase determination in hologram interferometry with use of digitally recorded holograms [J]. Optical Society of America, 1994, **11**(7):2011-2015.
- 7 Xu Lei. Properties of digital holography based on in-line configuration [J]. Applied Optics, 1999, **38**(34):3816-3820.